

Stoot, impuls en blaaspijpjes

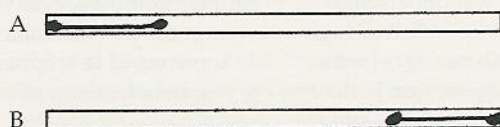
Ed van den Berg

University of San Carlos, Cebu City, Filippijnen

Onlangs demonstreerde een Japanse vrijwilliger een uiterst simpel proefje over stoot en impuls. Bij nader inzien kan het proefje ook gebruikt worden voor serieus kwantitatief practicum en voor onderzoek. Het practicum/onderzoek zou zelfs als huiswerk gegeven kunnen worden, want rietjes, meetlaten en wattenstaafjes zijn overal. Eerst beschrijven we de demonstratie, dan het practicum en vervolgens mogelijkheden voor onderzoek. Het artikel is niet 'af'. Docent en leerlingen worden geacht het 'af' te maken door verder onderzoek. Dat zal waarschijnlijk ook leiden tot het afmaken (= doden) van de eerste aanzet tot theoretische beschrijving.

Als demonstratie, kwalitatief

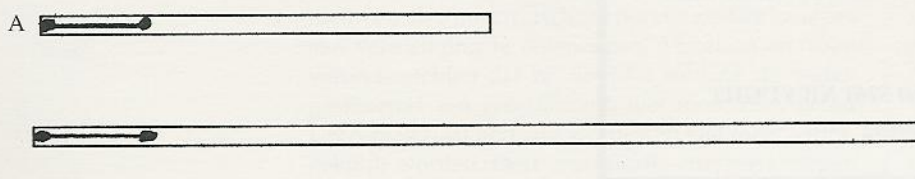
Neem twee rietjes en twee wattenstaafjes (van die staafjes met watten om de oren schoon te maken). De rietjes hebben een 'McDonalds'-diameter opdat de wattenstaafjes er netjes in passen en goed in beweging te krijgen zijn. Doe de rietjes in je mond. Stop één wattenstaafje (A) in een rietje vlak bij de mond en doe het andere wattenstaafje (B) in het andere rietje, maar nu in het uiteinde het verst bij de mond vandaan (figuur 1). Blaas dan. De wattenstaafjes worden gelanceerd



Figuur 1.

vanuit de rietjes. Avliegt ver, B minder ver. De impuls-overdracht aan beide wattenstaafjes is verschillend: $F \cdot t_A$ en $F \cdot t_B$ waarbij F de blaaskracht is, terwijl t_A en t_B staan voor de tijd gedurende welke wattenstaafje A respectievelijk B door de blaaskracht versneld worden. Het is duidelijk dat wattenstaafje A langer profiteert van de blaaskracht dan staafje B. A doorloopt tenslotte het hele rietje vanaf de mond tot het uiteinde terwijl B al aan het uiteinde is. Het is dus duidelijk dat A de grootste impuls-overdracht ondergaat en met de grootste snelheid gelanceerd wordt en daardoor een groter bereik heeft. Dat is duidelijk te zien in de demonstratie. Het is voldoende de formules $F \cdot t_A = m \cdot v_A$ en $F \cdot t_B = m \cdot v_B$ op het bord te schrijven. De leerlingen zien dat de reikwijdte van A groter is dan van

Figuur 2.



B. Wat concluderen ze daaruit voor de lanceersnelheden v_A en v_B , en hoe kunnen ze dat begrijpen vanuit de lanceerduur t_A en t_B ?

Produceert een twee keer zo lang rietje nu ook een twee keer zo grote reikwijdte? Probeer maar. Plak twee rietjes aan elkaar met plakband en vergelijk met een enkel rietje (figuur 2). In beide gevallen is het wattenstaafje in positie A. Uit het experiment wordt duidelijk dat een twee keer zo lang rietje niet een twee keer zo grote reikwijdte heeft. De oorzaak zit 'm in de versnelde beweging. De tweede helft van het lange rietje wordt veel sneller doorlopen dan de eerste helft. De meegegeven impuls ($F \cdot \Delta t$) verdubbelt niet. Dus ook de lanceersnelheid verdubbelt niet en daardoor ook de reikwijdte niet. Zie onderstaande berekeningen.

Relaties met praktische toepassingen: kanonnen voor de lange afstand hebben lange lopen. Geweren hebben langere lopen dan pistolen en hebben een groter bereik. Geweren hebben ook meer trefzekerheid vanwege de rotatie die aan de kogel meegegeven wordt, maar dat is een ander onderwerp. Wij zouden echter 's werelds legers en criminelen willen adviseren over te gaan op de mensvriendelijker rietjes en wattenstaafjes, daar is meer lol aan te beleven.

Als practicumactiviteit, kwantitatief

Wanneer we een paraboolbaanbeschrijving toepassen met verwaarlozing van luchtweerstand komen we op het volgende: de valhoogte kan geschreven worden als:

$$h \text{ (hoogte van de mond van de blazer)} = \frac{1}{2} g \cdot t^2, \text{ dus} \\ \text{vliegtijd } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$

De horizontale afstand afgelegd in die tijd is:

$$d \text{ (maximaal afgelegde afstand)} = v_x \cdot t = v_x \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}, \\ \text{dus } v_x = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad (2)$$

De impuls in horizontale richting is:

$$m \cdot v_x = m \cdot d \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = F \cdot t_{\text{in rietje}} \quad (3)$$

waar F de constant veronderstelde blaaskracht is en $t_{\text{in rietje}}$ de tijd is die deze kracht op het staafje werkt, dus de tijd die het staafje nodig heeft om uit het rietje te komen. Als we de blaaskracht constant nemen en voor de blaasversnelling F/m nemen (geen wrijving tussen rietje en wattenstaafje)

$$\text{dan is: } t_{\text{in rietje}} = \sqrt{\frac{2x_{\text{rietje}}}{\frac{F}{m}}} \quad (4)$$



waarbij x_{rietje} de afstand is die het wattenstaafje in het rietje aflegt.

$$\text{Dus } m \cdot v_x = m \cdot d \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = F \sqrt{\frac{2x_{\text{rietje}}}{F}} = \sqrt{2 \cdot x_{\text{rietje}} \cdot F \cdot m} \quad (5)$$

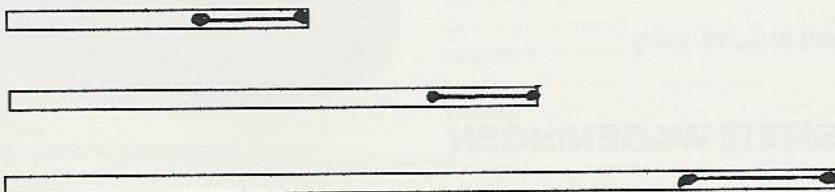
Nu kunnen we de reikwijdte d van het wattenstaafje relateren aan de afstand x afgelegd in het rietje.

$$\frac{x_B}{x_A} = \frac{d_B^2}{d_A^2} \quad (6)$$

Daarin is d_B de reikwijdte van B (wattenstaafje gelanceerd van het uiteinde van het rietje) en d_A die van het wattenstaafje dat van vlak bij de mond gelanceerd wordt. De x_A en x_B zijn de afstanden waarover de wattenstaafjes versneld worden in hun respectievelijke rietjes (x_{rietje}). Alle grootheden in (6) zijn meetbaar. We hebben dus een verifieerbare voorspelling.

De afleiding bevat enkele onrealistische aannames. Wrijving werd verwaarloosd in: a) de verticale valbeweging in lucht (formule 1), b) de horizontale beweging in lucht (formule 2) en c) in het rietje (formule 4). Ieder kan zien dat een krijtje sneller valt dan een wattenstaafje en de verticale luchtwrijving niet verwaarloosd kan worden. Een practicum kan bestaan uit het

Figuur 3.



toetsen van formule (6), maar kan voortgezet worden via het ontwerpen van proefjes om de aannames te onderzoeken. Maar eerst wat resultaten.

Resultaten

Met onze rietjes waren de resultaten als volgt:

x_A = lengte van het rietje = 20.4 cm

x_B = lengte van het wattenstaafje = 7.6 cm

$$\text{De verwachte verhouding is } \frac{x_B}{x_A} = \frac{d_B^2}{d_A^2} = 0.37 \quad (7)$$

De gevonden verhouding door meting van d_A en d_B was: 0.38 met een standaarddeviatie van 0.07. Dat is niet zo gek. Dit waren de eerste resultaten die ik kreeg. Resultaten van verschillende groepjes leerlingen lieten nogal wat variatie zien. Boven een bepaalde minimum blaaskracht lijkt de formule aardig op te gaan. Bij lagere blaaskracht speelt wrijving in het rietje blijkbaar een grote rol. Experimenten met korte en lange rietjes (figuur 2) kwamen binnen 10% van de voorspelde afstand neer mits hard genoeg werd geblazen. De grootste onnauwkeurigheid zit 'm in de bepaling van de plek waar het wattenstaafje neerkomt. Een fout van enkele procenten in de d wordt verviervoudigd door het dubbele kwadraat in formule (7). Je zou de achterkant van het wattenstaafje in inkt kunnen dopen om een betere plaatsbepaling te krijgen. Bij ons werkte dat nog niet.

Onderzoek

De veronderstellingen in de bovenstaande afleiding zijn nu net leuke onderwerpen voor kort onderzoek of oefeningen in onderzoek. De onderstaande suggesties zijn voor de begeleiders, leerlingen moeten zelf maar op het idee komen.

- In formule (1) is verondersteld dat verticale valwrijving nul is. Dat blijkt niet te kloppen, zelfs een krijtje valt sneller dan het wattenstaafje. De eindformule (7) kan toch nog kloppen als de verticale luchtwrijving gelijke effecten heeft op A en B en dat is heel redelijk gezien het feit dat beide starten met een verticale snelheid van 0 m/s. Men zou kunnen experimenteren met deze aanname door verschillende hoogten voor het afschieten te vergelijken of door twee staafjes allebei van de mond weg te schieten maar één van de staafjes een verschillende massa te geven (stop wat metaal tussen de watten of zo).
- Er is verondersteld dat wrijving van het wattenstaafje met het rietje nul is. Vooral bij lage blaaskracht is die wrijving niet te verwaarlozen. Het proefje gesuggereerd in figuur 2 kan meer inzicht geven in dit probleem. Lange rietjes kan men maken door meerdere rietjes aan elkaar te plakken. Resultaten kunnen getoetst worden aan formule 7. Het feit dat een twee keer zo lang rietje niet resulteert in een twee keer zo lange reikwijdte (d) maar slechts een 2 keer zo lange (formule 6), is een verrassing voor leerlingen. De uitleg dat het wattenstaafje het tweede rietje veel sneller doorloopt en daardoor minder extra impuls opdoet ($F \cdot t$) wordt redelijk geaccepteerd.
- De blaaskracht zou onafhankelijk moeten zijn van de lengte van het rietje. De luchtdruk in de mond bij het blazen moet toch een gelijke kracht veroorzaken in lange en korte rietjes (bij tegelijk afschieten). Dit kan onderzocht worden in de opstelling van figuur 3. Daar worden wattenstaafjes over

gelijke afstand versneld maar wel in korte of lange rietjes.

- d) Bij kleinere blaaskracht gaat wrijving in het rietje een grotere rol spelen waardoor A een veel kleinere impuls krijgt dan verwacht en de verhouding $(d_B/d_A)^2$ dus groter wordt. Kwalitatief is dit te onderzoeken door harder en minder hard te blazen. Maar hoe kan die factor in de theoretische beschrijving gebracht worden en hoe zou je blaaskracht meetbaar kunnen maken opdat kwantitatieve experimenten mogelijk worden? Schieten met een omgekeerde stofzuiger of een airtrack blazer?

Verder onderzoek

- Probeer blaaspipjes voor erwten of pijlen of ander soortgelijk speelgoed.
- Gebruik 'pijlen' met minder luchtwrijving.
- Schiet het wattenstaafje door een snelheidssensor en bereken snelheden met IP Coach.
- Kijk eens naar speelgoedpistolen die pijltjes afschieten met een constante veerdruk. Probeer eventueel die veerdruk systematisch te variëren.
- Meet de typische blaasdruk door het rietje te verbinden met een sensor of U-buis, of probeer de wattenstaafjes met constante blaaskracht af te schieten door gebruik van een omgekeerde stofzuiger of air track blazer.

Plezier ermee!

